

**J. Grammig • E. Kuchlin**

**A two-step indirect inference approach to estimate the long-run risk asset pricing model**

**CFR working paper 17-01**

Das Long-Run-Risk-Modell (LRR) ist ein viel beachtetes dynamisches Bewertungsmodell für Finanzanlagen, das durch die Einbeziehung langfristiger Konsumrisiken die außergewöhnlich hohe Risikoprämie für ein weit gestreutes Portfolio von Aktien zu erklären versucht, die vor allem für die USA seit dem 2. Weltkrieg beobachtbar war (equity premium puzzle). Die ökonometrisch/empirische Analyse des LRR-Modells wird allerdings durch eine komplexe Modellstruktur erschwert; die fundamentalen Treiber des Modells sind unbeobachtbare Variablen, die aus den Daten nur schwer identifizierbar sind.

Standard-ökonometrische Methoden zur Analyse des LRR-Modells sind nicht anwendbar, allerdings bietet sich die Methode der Indirekten Inferenz (II) an. Die Grundidee der II-Methode ist es, ein vereinfachtes Hilfs-(oder Instrument-)Modell auf den realen Daten und simulierten Modelldaten zu schätzen. Die Parameter des Hilfsmodells und die strukturellen Parameter des LRR-Modells werden mit einer so genannten Bindungsfunktion (binding function) in Verbindung gebracht. Sind bestimmte Voraussetzungen erfüllt, so kann die Schätzung der strukturellen Parameter gelingen, indem man diese so bestimmt, dass eine gewichtete Differenz der auf den echten und simulierten Daten geschätzten Hilfsparameter minimiert wird.

In der vorliegenden Arbeit argumentieren wir, dass die Schätzung aller strukturellen Parameter des LRR-Modells in einem Schritt wohl nicht möglich ist. Wir schlagen vielmehr eine zweistufige II-Methode zur Schätzung und empirischen Analyse des LRR-Modells vor. Im ersten II-Schritt werden die Parameter des Makro-Teilmodells des LRR-Modells unter Verwendung eines speziellen Hilfsmodells geschätzt, im zweiten II-Schritt erfolgt, unter Verwendung der Ergebnisse des ersten Schritts, die Schätzung der Investor-Präferenzparameter unter Verwendung eines weiteren Hilfsmodells. Die Hilfsmodelle berücksichtigen jeweils die LRR-Modell-implizierten zentralen Eigenschaften der Wachstumsprozesse und der Bewertungsgleichungen für das Marktportfolio und den risikolosen Zins.

Wir leiten die asymptotischen Eigenschaften (Konsistenz, asymptotische Normalität und asymptotisch optimale Gewichtung) der zweistufigen II-Prozedur her und dokumentieren in einer Simulationsstudie die Genauigkeit und Qualität der Ergebnisse, die mit verfügbaren Stichprobengrößen zu erwarten sind. Die Simulationsstudie ist auch eine Plausibilitätsprüfung, ob die vorgeschlagene Methode tatsächlich funktioniert.

Wir wenden die zweistufige Methode auf US-Daten an und zeigen, dass das LRR-Paradigma durchaus eine gewisse empirische Erklärungskraft hat, die Ergebnisse sind aber deutlich weniger positiv als es frühere empirische Analysen des LRR- Modells nahe legen. Allerdings

basieren diese Studien entweder auf Kalibrationen, d.h. die Wahl der strukturellen Modellparameter kommt nicht aus einer nachvollziehbaren Optimierung einer Kriteriumsfunktion, so dass es ist nicht möglich, die Unsicherheit zu quantifizieren welche der Parameterwahl zugrunde liegt, oder sie wurden unter Verwendung von einstufigen (simulationsbasierten) Schätzansätzen gewonnen, deren Zuverlässigkeit fraglich ist.

Die in der vorliegenden Arbeit vorgeschlagene zweistufige II-Methode ist für eine Reihe von komplexen Bewertungsmodellen anwendbar, die ebenfalls nur sehr schwierig einer ökonomischen Analyse unterzogen werden können.